

MATHESIS

Società Nazionale di Scienze Matematiche e Fisiche

Sezione CASERTANA

Quaderno n. 1

**Appunti da un corso
di aggiornamento**

a cura di : E. AMBRISI e B. RIZZI

**22-28 Giugno 1979 Mondragone (CE)
LICEO SCIENTIFICO "GALILEO,"**

1. INTRODUZIONE

Il corso di aggiornamento per gli insegnanti di matematica delle scuole medie superiori svolto a Mondragone nei gg. dal 22 al 28, era stato autorizzato dal Ministero della P.I. e voluto dalla Società MATHESIS di cui già anni fa si costituì una sezione Casertana. Il Provveditore agli studi di Caserta, in particolare, aveva espresso con sollecitudine il suo parere favorevole. Direttore del corso era stato nominato il prof. Bruno Rizzi della Università di Roma.

Il proposito del corso era quello di offrire l'occasione ai docenti di dibattere i problemi essenziali dell'insegnamento matematico alla luce anche del nuovo ruolo assunto dalla matematica nella società di oggi e alle moderne esperienze e "progetti" che in questo campo sono stati realizzati.

A.N. Whitehead aveva così ammonito:

"se la civiltà continuerà nella sua crescita nei prossimi due millenni, la novità più incisiva del pensiero umano sarà costituita dal predominio dell'intelligenza matematica". E Mauro Laeng commenta: "Abbattute le barriere del vecchio analfabetismo, oggi rischiamo, per l'incalzante ritmo dello sviluppo della cultura mondiale nei settori avanzati, di dover affrontare i problemi di un nuovo analfabetismo, quello matematico e in generale scientifico".

La necessità di un mutamento e miglioramento dell'insegnamento matematico è stata posta già da tempo. E da tempo si è rilevato che un fattore decisivo in tal senso è l'aggiornamento degli insegnanti.

Il nostro corso è iniziato con una "carrellata" generale della storia del pensiero matematico, in cui venivano evidenziati e trattati più ampiamente alcuni momenti "fusionisti" che grossomodo sono identificabili nei nomi di Pitagora, Cartesio, Klein.

Il numero in Pitagora, la "rappresentazione" (geometria analitica) in Cartesio, la "schematizzazione" (nozione di gruppo) in Felix Klein.

Di Klein si è parlato molto diffusamente e rispetto all'opera "Matematiche elementari da un punto di vista superiore" del 1908 e al "Programma di Erlangen", cosiddetto perché l'autore lo presentò in occasione del suo accoglimento nel senato accademico di quella Università nel 1872.

E' nella prima opera citata che Klein precisa il suo punto di vista didattico dando la preminenza ai concetti di numero e di funzione e al metodo genetico.

Quest'ultimo significa far scaturire le idee le une dalle altre seguendo la via storica vista col "senno di poi" ossia senza quelle tortuosità o cammini a zig-zag che spesso hanno caratterizzato lo sviluppo matematico. In definitiva porre l'attenzione sulle motivazioni di fondo che hanno portato il matematico ad affrontare un determinato problema oltre che sul modo di affrontarlo.

Il programma di Erlangen è un'opera, per così dire, più scientifica. Da essa il concetto di gruppo finisce per acquisire il ruolo di "logos universale". E la geometria non è altro che la teoria degli invarianti di un certo gruppo di trasformazioni. Se, però, il Programma di Erlangen si muoveva troppo al di sopra della matematica della scuola media per poter essere in grado di influenzarla, allo stesso tempo le interpretazioni che di esso sono state date certamente hanno avuto incidenza sul piano didattico.

N. Bourbaki (*) che negli anni trenta si propose quale scopo di portare ordine nel “caos” della matematica sfruttò le idee del programma di Klein. Per Bourbaki infatti tutta la matematica è riconducibile a tre grandi strutture, le “strutture madri”: quelle topologiche, di ordine e di gruppo.

Per inciso va precisato che lo strutturalismo di Bourbaki è in via di revisione anche e soprattutto in riferimento alla teoria delle categorie di Eilenberg e Mac Lane, che oltre ad aver prodotto notevoli sviluppi nella pratica matematica hanno rinnovato lo stimolo alle ricerche sui problemi dei fondamenti.

J. Piaget notò l'affinità tra le strutture madri di Bourbaki e quelle che egli poneva a base della psicologia genetica. Osservazione che lo condusse ad affermare che il sapere è fondamentalmente interdisciplinare e che le suddivisioni fra le discipline non sono altro che dei “veli” artificiali.

E' forse dovuto all'uso che ne fa Bourbaki la convinzione che in effetti dallo studio della geometria in senso strutturale ne consegua un netto sfiorire della “bella geometria”, riducendo, il programma di Klein, tutto ai gruppi di trasformazioni e dunque all'algebra lineare. E' questo com'è noto l'argomento di una grossa polemica che coinvolse agli inizi degli anni settanta un pó tutti i matematici impegnati nel campo del rinnovamento dell'insegnamento matematico e che ebbe come fulcri da una parte J. Dieudonné dall'altra R. Thom. Lo stesso Dieudonné ha riconosciuto comunque che lá dove realmente nei “curricula” si è sostituita la geometria coll'algebra si è commesso un grave errore pedagogico e matematico e che lo sforzo dovrebbe essere teso a cercare il collegamento della geometria con l'algebra, la soluzione di problemi con l'ausilio di metodi algebrici e viceversa: la fusione tra algebra e geometria.

Ma dare al “fusionismo” il significato di fusione tra algebra e geometria significa darne una interpretazione restrittiva come lo fu agli inizi del secolo la polemica della fusione tra geometria piana e solida che vide impegnati attivamente Lazzeri, De Paolis, Bettazzi ecc. e fu l'argomento di uno dei primi congressi della Mathesis.

Citiamo de Finetti: “Nel senso piú specifico, in cui fu introdotto da F. Klein il fusionismo consiste nella fusione dello studio di geometria da una parte e di aritmetica, analisi, ecc. dall'altra; piú in generale, si tratta di fondere in modo unitario tutto ciò che si studia (anche interdisciplinarmente, tra matematica ed altre scienze . . .), mentre le tendenze antichate predicavano il “purismo” di ogni ramo da coltivare isolato senza contaminazioni”. E sempre de Finetti: “Il fusionismo -il concetto informatore dell'illuminata visione didattica di Felix Klein- è il superamento dell'antiquato modo di procedere passo per passo, muniti di apparecchi puristici intesi a limitare la comprensione (se cosí si può dirla) a compartimenti stagni, isolati, formalizzati. Il fusionismo comincia col fondere aritmetica (e sviluppi, come l'analisi con geometria, e poi con nozioni quali il tempo, la massa, i prezzi, e via via quanto serve nelle applicazioni che a loro volta servono ad arricchire la visione dei concetti astratti iniziali e farne apprezzare la validità”. Il “fusionismo” è risultato, durante il corso, allo stesso tempo punto di partenza e obiettivo finale.

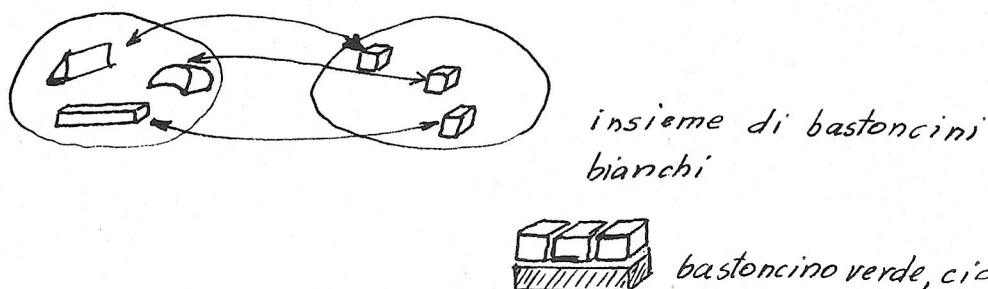
Punto di partenza per un lavoro di presentazione e costruzione di argomenti apparentemente diversi, postulando o alla fine scoprendo una matrice unica; obiettivo finale, invece, quale visione produttiva della matematica ed essenziale nell'insegnamento.

Ricorrendo alla stretta parentela di fusionismo e interdisciplinarietà, si può sintetizzare affermando che l'obiettivo è: il punto di vista transdisciplinare raggiungibile attraverso un proficuo lavoro interdisciplinare.

(*) N. Bourbaki (1806 - 1897) fu eccentrico generale francese. Sotto questo nome si nasconde, in realtà, un gruppo di matematici, per lo piú francesi, di cui gli esponenti piú insigni sono A. Weil e J. Dieudonné.

2. TEORIA DEGLI INSIEMI

“Il cardinale di un insieme si costruisce così: si forma l'insieme dei bastoncini bianchi di Cuisenaire, equipotente all'insieme considerato. Questi bastoncini (che sono cubetti) allineati si sostituiscono con il bastoncino il cui colore (o lunghezza) rappresenta il cardinale dell'insieme, per esempio:



Dunque dagli insiemi equipotenti deriva la nozione di cardinale, e non viceversa. . . . Il cardinale (per esempio 3) viene presentato come una proprietà non solo dell'insieme dato, ma anche degli altri insiemi che hanno “altrettanti” elementi, e che permetterà, fra l'altro, di mettere loro l'etichetta “3”. “(1) L'importanza della teoria degli insiemi è fuori dubbio, la sua utilità nell'insegnamento pre-universitario dipende ovviamente dal momento in cui se ne parla e come se ne parla. E' completamente artificioso il pensare ad esempio di partire dal concetto di insieme per introdurre il numero (quale classe di classi equipotenti). Anche se è accertato che quello di insieme è un concetto “primitivo” od anche più naturale, nell'accezione degli psicologi, non è detto che sia più facile da capire. Inoltre ricerche pedagogiche hanno anche provato come il bambino a contatto con “piccoli insiemi” ne identifichi la totalità con un numero (un terzetto è il “3”). D'altra parte al concetto di insieme, come primitivo, si è pervenuti attraverso speculazioni tecniche che hanno criticato e precisato un primo tentativo di definizione “ingenua”. Ciò fa pensare che anche in considerazione del ruolo di base che esso riveste nell'analisi strutturale, sia al di sotto dei fenomeni e quindi venga come momento ultimo, come astrazione di un processo di interpretazione della realtà dove non dovrebbero interessare tanto le cose o gli enti in sé ma le relazioni tra di essi.

Un insieme è individuato dagli elementi che lo compongono che possono essere qualsiasi (dicono i matematici: la cui natura non interessa) e come tale è “spersonalizzato” non ha alcun legame con la realtà: è una astrazione.

Ciò che invece interessa l'allievo è proprio la natura degli elementi, le interazioni fra essi. D'altronde anche il tentativo di partire dagli insiemi per introdurre alcune nozioni di logica dell'insegnamento elementare sembra essere fallito.

Marguerite Robert, direttrice dell'Ecole Normale d'Institutrices di Chambéry, scrive: “Per molti anni abbiamo presentato tali nozioni sugli attributi a partire dagli insiemi. E ci è sembrato che tutto andasse per il meglio. Ma, approfondendo successivamente i concetti in 2° elementare e, soprattutto, in 3°, 4° e 5° elementare, ci siamo accorti che essi generavano perplessità e confusioni e si correva il rischio di dover “condizionare” gli allievi per rimettere a punto le nozioni apprese. “(2)

La Robert continua: "E' per questa ragione che, a livello delle diverse classi elementari, iniziamo con elementi di logica proposizionale e studiamo i quattro connettivi: congiunzione, disgiunzione inclusiva, disgiunzione esclusiva e implicazione". Per poi passare alla negazione (valore di verità di una proposizione) e quindi all'introduzione successiva di quattro leggi di composizione nell'insieme 0, 1 dei valori di verità (ciò che, per inciso, può essere sfruttato per l'inizio di una matematica del "probabile"). Ma va tenuto anche conto dell'impostazione espressa da H. Seiffert (2), legato alla scuola intuizionista o costruttivista, che ritiene la presentazione della matematica a partire dal "contare" non meno rigorosa di quella assiomatico-deduttiva costruita a partire dagli insiemi, in quanto quella del contare è un'operazione concreta e quindi reale. Ammesso ovviamente che si voglia chiamare in causa il "rigore", ma per questo condividiamo l'affermazione di Poincaré "I debuttanti non sono preparati al vero rigore matematico, non vi vedrebbero che delle vane e fastidiose sottigliezze; si perderebbe il proprio tempo a voler troppo presto renderli più esigenti; occorre che essi rifacciano rapidamente, ma senza bruciare le tappe, il cammino che hanno percorso lentamente i fondatori della scienza".

René Thom è molto drastico nei confronti dell'uso della teoria degli insiemi asserendo che essa non è di alcun aiuto allorché si presentano le idee reali della matematica come i numeri reali o le funzioni o anche le geometrie. Una giustificazione dell'introduzione precoce degli insiemi, a parte logicamente le considerazioni di ordine didattico (tipo materiale strutturato di Cuisinaire-Gattegno o blocchi logici del Dienes o "macchine" di Papy) sta in un lavoro di precisazione del linguaggio in una abitudine all'uso di termini semplici e comuni ma dal significato preciso. E' un lavoro questo necessario per fornire "espressioni verbali con simboli diretti ad assicurare la massima efficienza sotto il profilo della semplicità, perspicuità e algoritmicità" (3). Mialaret ha anche scritto che "la decantazione di una nozione matematica si compie di pari passo con il possesso di un linguaggio adeguato. Arrivare a far vedere ai nostri ragazzi l'importanza di una parola mancante e l'inutilità di una espressione sovrabbondante questo significa insegnare loro la matematica, ma anche partecipare alla loro formazione intellettuale generale. Le regole della deduzione e più generalmente del ragionamento matematico esigono un certo processo di apprendimento. Esso non può effettuarsi senza un linguaggio particolare che sappia unire alla precisione l'eleganza e alla sobrietà la sostanza. Una buona formazione matematica s'accompagna automaticamente all'acquisizione di una lingua purificata, che guadagna in coincisione senza perdere in bellezza. E, dunque, iniziare alla matematica è iniziare ad un uso migliore della lingua".(4)

D'altronde quello della precisazione del linguaggio è uno stimolo, a carattere interdisciplinare, proveniente dallo strutturalismo e che sta interessando anche e soprattutto le scienze umane e sociali. Molte volte, nell'esperienza didattica od anche extra, si ha l'impressione che, a meno che non vi sia ignoranza, non vi è confusione di idee ma, soprattutto, confusione di termini; il primo lavoro da fare è dunque quello di iniziare ad un corretto uso della lingua. E bisogna partire dagli inizi, esperienze d'altronde ne sono state fatte; la logica delle proposizioni è un argomento essenziale per questo: il senso di una proposizione, la negazione, i connettivi, sono basilari per la trasmissione del sapere anche inteso nel senso di un "non schema ripetitivo", ma di un qualcosa da elaborare e rendere compiuto per se stessi. La precisazione del linguaggio che non è principalmente in ogni termine ma nelle proposizioni, negli

esempi del tipo $P \Rightarrow Q$ e $Q \not\Rightarrow P$ non ha il significato di voler far capire il nesso tra matematica e logica o di presentare la matematica in modo rigoroso o formalistico. L'educazione matematica deve avere una sua impostazione intuitiva, anzi le nozioni di logica delle proposizioni, la ricerca delle contraddizioni forniscono alla matematica un necessario ausilio nel lavoro (attraverso un insegnamento, se si vuole, a spirale come suggerisce Bruner) di precisazione e di rigorosità, offrendo anche il vantaggio di non alienare le simpatie. Tutto ciò ovviamente non conduce ad auspicare una "characteristica universalis" come Leibniz, o una "ideografia" tipo Frege od anche una "grammatica logica generale" tipo Wittgenstein e Waismann.

Ritornando alla teoria degli insiemi essa non è la via regale, come dice anche Thom, per iniziare il discorso matematico agli studenti; va bene per Bourbaki, ma Bourbaki scrive per gli specialisti, per chi fa ricerca non per gli iniziati.

Allo stesso tempo però nessuno si può sognare di rigettare la teoria degli insiemi. Oltre a ciò che già si è detto, non si può disconoscere che essa è una conquista, del pensiero matematico, che ha prodotto notevoli risultati e profondi cambiamenti. La sua influenza non è stata, e non poteva essere, limitata alla sola matematica ma ha raggiunto ogni branca del sapere, ogni umana attività della mente. La teoria degli insiemi, quindi, (e ciò che si dice può essere esteso al caso delle geometrie non euclidee) non deve essere considerata come un capitolo della matematica, qualcosa che può e non può essere trattato, qualcosa che può rappresentare un gradino in più o in meno sulla scala delle conoscenze matematiche, ma piuttosto come qualcosa che è armonicamente e organicamente legato ad un "tutto" che è il nostro modo di "vedere" la matematica, di studiarla e di spiegarla anche. (8)

3. FUNZIONI ARITMETICHE

Il concetto di funzione, concetto principe in matematica, si presta, in generale, ad una introduzione precoce. Gli esempi che si riportano emergono da riflessioni sull'insieme $\mathbb{N}$ dei naturali.

Ogni $n \in \mathbb{N}$ si sa, ammette una fattorizzazione unica del tipo

$$n = 2^{h_2} 3^{h_3} 4^{h_4} 5^{h_5} \dots$$

il che può essere espresso nella forma

$$n = \prod_p p^{h_p}$$

Il prodotto è esteso a tutti i numeri primi p ma, essendo n finito, intervengono in esso solo un numero finito di fattori; infatti per i p che non sono fattori di n è $h_p = 0$, cosicché la loro presenza nel prodotto è soltanto fittizia.

Ad ogni $n \in \mathbb{N}$ associamo la funzione $\Omega(n)$ che esprime il numero di divisori primi o che siano potenza di numeri primi di n . Cioè:

$$\begin{array}{lll} \Omega(1) = 1 & \Omega(2) = 1 & \Omega(3) = 1 \\ \Omega(4) = 2 & \Omega(5) = 1 & \Omega(6) = 2 \\ \Omega(7) = 1 & \Omega(8) = 3 & \Omega(9) = 2 \\ \Omega(10) = 2 & \Omega(3^{541}) = 541 & \dots \end{array}$$

Dato che ogni divisore primo p di n compare h_p volte, il numero $\Omega(n)$ dei fattori primi o (vel in latino) coincidenti di n è:

$$\Omega(n) = h_2 + h_3 + h_4 + \dots = \sum_p h_p$$

Un'altra funzione associabile al naturale n è la funzione $\omega(n)$ che dà per ogni intero n il numero dei suoi divisori primi; essa considera però, a differenza della $\Omega(n)$, una sola volta i fattori ripetuti.

Ad esempio:

$$\begin{aligned} \omega(1) &= 0 \\ \omega(2) &= \omega(3) = \omega(4) = \omega(5) = \omega(7) = \omega(8) = \omega(9) = \omega(3^{541}) = 1 \\ \omega(6) &= \omega(10) = \omega(15) = \omega(21) = \omega(22) = 2 \end{aligned}$$

Per ogni primo p è ovviamente:

$$\Omega(p) = \omega(p) = 1$$

Le funzioni ω, Ω , hanno una profonda analogia con la funzione logaritmo;

infatti è: $\Omega(n \cdot m) = \Omega(n) + \Omega(m)$

e se M.C.A. $(n, m) = 1$

$$\omega(n \cdot m) = \omega(n) + \omega(m)$$

Ciò può essere espresso in linguaggio diagrammatico nel modo seguente:

$$\begin{array}{ccc} (m, n) & \xrightarrow{\times} & (m \cdot n) \\ \downarrow \Omega & & \downarrow \Omega \\ (\Omega(n), \Omega(m)) & \xrightarrow{+} & \Omega(m \cdot n) = \Omega(m) + \Omega(n) \end{array}$$

Sia f la funzione

$$f: x \rightarrow \log x \quad (x \in \mathbb{R}^+)$$

poiché è

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

lo "schema" è:

$$\begin{array}{ccc} (x, y) & \xrightarrow{\cdot} & x \cdot y \\ \downarrow \log & & \downarrow \log \\ (\log x, \log y) & \xrightarrow{+} & \log x + \log y = \log(x \cdot y) \end{array}$$

In modo più generale

$$\begin{array}{ccc} (a_1, a_2) & \xrightarrow{\circ} & a_1 \circ a_2 \\ \downarrow f & & \downarrow f \\ (f(a_1), f(a_2)) & \xrightarrow{\square} & f(a_1) \square f(a_2) = f(a_1 \circ a_2) \end{array}$$

Ogni qualvolta è possibile completare il "rettangolo" facendo uso della stessa $\circ$ o di una differente operazione binaria nell'insieme immagine, la funzione f è detta morfismo dall'insieme A , con operazione binaria $\circ$ all'insieme $f(A)$ con l'operazione $\square$:

Si scrive

$$f: (A, \circ) \rightarrow (f(A), \square)$$

La 'lettura' dei seguenti esempi dovrebbe essere chiara:

$$\begin{array}{ccc}
 (x, y) & \xrightarrow{+} & x + y \\
 \downarrow \text{modulo} & & \downarrow \text{modulo} \\
 (|x|, |y|) & ? & |x+y|
 \end{array}$$

1) modulo

$$\begin{array}{ccc}
 (x, y) & \xrightarrow{+} & x + y \\
 \downarrow \sqrt{} & & \downarrow \sqrt{} \\
 (\sqrt{x}, \sqrt{y}) & ? & \sqrt{x+y}
 \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{ccc}
 (x, y) & \xrightarrow{+} & x + y \\
 \downarrow \text{moltiplicazione} & & \downarrow \text{moltiplicazione} \\
 \text{per 3} & & \text{per 3} \\
 (3x, 3y) & \xrightarrow{+} & 3(x+y) = 3x + 3y
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 (x, y) & \xrightarrow{\cdot} & (x \cdot y) \\
 \downarrow \text{elevare} & & \downarrow \text{elevare} \\
 \text{ad } n & & \text{ad } n \\
 (x^n, y^n) & \xrightarrow{\cdot} & x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 (\varphi, \psi) & \xrightarrow{\times} & \varphi \cdot \psi \\
 \downarrow \text{dimensione} & & \downarrow \text{dimensione} \\
 (\dim \varphi, \dim \psi) & \xrightarrow{\times} & \dim \varphi \cdot \dim \psi = \dim (\varphi \cdot \psi)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 (f, g) & \xrightarrow{+} & f + g \\
 \downarrow \text{derivata} & & \downarrow \text{derivata} \\
 (\Delta f, \Delta g) & \xrightarrow{\quad} & \Delta f + \Delta g = \Delta (f + g)
 \end{array}$$

4. I NUMERI REALI

Vivaci discussioni suscita, in ogni corso, l'argomento: numeri reali. Sembra quasi che per "questi numeri" si possa ripetere con Russell: "Dopo quello che é stato già detto riguardo ai numeri il filosofo sarà sorpreso di vedere che solo adesso egli sta per imparare qualcosa intorno ai numeri reali ; e la sua sorpresa si muterà in orrore quando apprenderà che reale é l'opposto di razionale. Ma si riprenderà nell'apprendere che i numeri reali, in realtà, non sono affatto numeri, ma qualcosa del tutto differente". La scala usuale, che di solito viene riportata nell'insegnamento é: naturali - interi - razionali - irrazionali. Esclama de Finetti: irrazionale, parola sensata in matematica?

E sono tutti numeri reali. Date due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, la frazione $\frac{a+c}{b+d}$ é tale che

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

Q, l'insieme dei razionali, é ovunque denso.

Il quadrato di lato 1: la diagonale ha lunghezza $\sqrt{2}$ e non é esprimibile come frazione. Se sulla retta "esistono" i razionali, esiste $\sqrt{2}$ e anche $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, π , e, ecc.

Quale l'introduzione didattica dei reali? Cauchy, Cantor, Dedekind, . . . ? Sembra che quest'ultimo abbia avuto, in questo campo, piú successo. Eppure l'allievo trova difficoltà. E non può essere diversamente. Cantor, Dedekind e le idee e teorie che hanno espresso servivano per dare una "sistemazione" dei numeri reali, non sono i numeri reali. Il concetto di numero reale risiede nella successione costruibile ed immaginabile di cifre decimali, nell'infinitamente piccolo e dunque nell'approssimazione. Concetto operativo, quest'ultimo, primario nella pratica matematica. "L'idea di successive approssimazioni non dovrebbe sollevare problemi psicologici o metafisici, dato che il buon senso non ha dubbi sulla possibilità di esprimere la superficie di un cerchio con un numero - si tratta di quanto questo numero può essere approssimato". (6) E perché poi dovrebbe essere un numero razionale o anche un numero algebrico?

Nella realtà succede come sulla retta - che é reale! - : la probabilità di scegliere a caso un punto razionale le é zero. Va dunque decisamente criticato l'esorbitante privilegio di numeri razionali ancor oggi esistenti nella nostra educazione elementare. G. Th. Guilbaud distingue tre livelli successivi del pensiero approssimato, che così possono, con riferimento al reale, essere riassunti:

primo livello: il cerchio non é molto piú lungo di tre dei suoi diametri (quanto?)

secondo livello: é compreso fra 3, 14 e 3, 15 (intervallo)

terzo livello: dimmi che approssimazione desideri (considerando quello che desideri fare) ed io ti daró le cifre adatte. Riportiamo il seguente calcolo di π , in cui una curva (l'arco di cerchio considerato) viene approssimata da curve "molto vicine".

1. Consideriamo le funzioni

$$\begin{aligned} f_1: x &\rightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1 & (x \in \mathbb{R}) \\ f_2: x &\rightarrow -x^2 + 2x & (x \in \mathbb{R}) \\ f_3: x &\rightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x & (x \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Queste, per $x = 0, 1, 2, \dots$ danno luogo alla seguente tabella:

x	0	1	2
$f_1(x)$	1	0	0
$f_2(x)$	0	1	0
$f_3(x)$	0	0	1

Una parabola per i punti $(0, y_0), (1, y_1), (2, y_2)$ è il grafico della funzione

$$y: x \rightarrow y_0 f_1(x) + y_1 f_2(x) + y_2 f_3(x) \quad (x \in \mathbb{R})$$

L'area limitata dalla parabola, dalle rette $x=0$, $x=2$ e l'asse x è:

$$\int_0^2 y(x) dx = y_0 \int_0^2 f_1(x) dx + y_1 \int_0^2 f_2(x) dx + y_2 \int_0^2 f_3(x) dx$$

cioè

$$\int_0^2 y(x) dx = y_0 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{3}{4}x^2 + x \right]_0^2 + y_1 \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^2 + y_2 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{4} \right]_0^2$$

in definitiva:

$$\int_0^2 y(x) dx = \frac{1}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2)$$

L'espressione ottenuta non è vincolata agli estremi 0, 2 fissati né dalla considerazione dei sottointervalli unitati (0, 1), (1, 2). Se infatti consideriamo l'intervallo (0, 1) e il punto medio $\frac{1}{2}$,

$\int_0^1 y(x) dx$ ove $y(x)$ è in questo caso la parabola per i punti $(0, y_0), (\frac{1}{2}, y_{\frac{1}{2}}), (1, y_1)$

vale $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} (y_0 + 4y_{\frac{1}{2}} + y_1)$

In generale se $x_i - x_{i-1} = h$

$$\int_{x_0}^{x_2} y(x) dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (1.1)$$

Questa non è altro che la formula solitamente detta di Simpson (-1) e che fornisce una approssimazione

abbastanza buona di $\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx$ con $f(x)$

funzione qualsiasi che assume per $x = x_0, x_1, x_2$

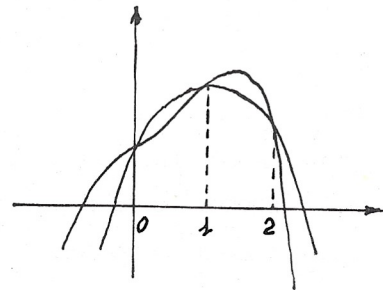
i valori y_0, y_1, y_2

G. Peano che calcolò l'errore di approssi-

mazione nella forma

$$\frac{(x_2 - x_0)^5}{5!} \cdot \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!} \quad (x_0 < \xi < x_2)$$

la chiamò di Cavalieri - Simpson. (°)



(-1) Thomas Simpson (1710-1761) fu autore di due pregevoli manuali: Teatrise of Algebra e Elements of Plane Geometry, Il primo vantò almeno otto edizioni uscite a Londra tra il 1745 e il 1809. (Vedi C. Boyer: Storia della matematica)

(°) G. Peano - Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale - Torino 1887 pag. 210 vedi anche U. Cassina: Approssimazioni numeriche in Enciclopedia della matematica Elementare Hoepli Milano - vol. III parte II pag. 169.

Un universo senza π sarebbe un universo inconcepibile, ma senza π (e l'altro "personaggio" il numero e) la nostra abilità di descrizione dei fenomeni naturali sarebbe molto ridotta. Non è difficile parlare di π . Le storie che si conoscono ne fanno un vero personaggio della matematica. Ludolf van Ceulen (1) lo amò tanto da dedicargli moltissimo della sua vita. In ricordo di ciò, di questa sublime dedizione umana, qualcuno ha soprannominato π , costante ludolfiana.

Kasner e Newman hanno proposto, invece, di chiamare π , il numero archimedeo (2). Archimede, infatti più di 18 secoli prima di van Ceulen, aveva stabilito la famosa limitazione

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$$

cioè $3,1408 < \pi < 3,1429$

e aveva indicato un metodo per consentirci di conoscerlo sempre meglio (3).

Archimede e Dante: sentimenti, forse, simili, al cospetto dell'incomprensibile mistero:

tal era io a quella vista nova:

veder volea come si convenne

l'imagoe al cerchio e come vi s'indova. (4)

Hobbes e Wallis ne fecero oggetto di lunghissima polemica (ma non certo la sola). Lambert, più freddamente, ne provò la irrazionalità, Lindemann la trascendenza. E. Borel si appassionò tanto a cercare qualche regolarità nelle sue cifre decimali da essere portato, sfruttando anche un'idea di Brouwer, alla considerazione di una nuova classe di numeri che chiamò normali.

Anche i calcolatori elettronici sembrano essersi interessati a π e una macchinetta tascabile può allo stesso tempo contribuire con un proprio stimolo operativo al fascino che già π irradia.

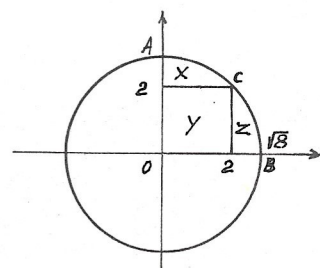
3. Consideriamo il cerchio Γ di equazione $\Gamma: x^2 + y^2 = 8$

il punto $C \equiv (2; 2) \in \Gamma$, il quadrante AOB ha

area $X+Y+Z = 2\pi$, Y è il quadrato di area

4 e $X=Z$.

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2} dx = X+Y = \frac{1}{2} (2x+2y) = \frac{1}{2} (X+Y+Z+Y) = \frac{1}{2} (2\pi+4) = \pi+2. \quad (3,4)$$



Suddividiamo l'intervallo (0, 2) in sottointervalli di lunghezza unitaria. Tenuto conto della tabella

x	0	1	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	2

(1) Ludolf van Ceulen (1540-1610) diede le prime 35 cifre esatte del calcolo di π . Tali cifre furono incise, quale epitaffio, sulla sua tomba, ed erano chiaramente leggibili ancora nel 1840 (cfr. E. Còlerus: Il romanzo della geometria - Garzanti 1947 - p. 234).

(2) E. Kasner - J. Newman: Matematica e immaginazione - Bompiani 1948 - p. 90

(3) Archimede: Misura del cerchio a cura di A. Frajese - Utet 1974 - prop. 3 p. 228

$\frac{3+10}{70} = \frac{22}{7}$ è la frazione con minor cifre a numeratore e denominatore che approssima π con due cifre decimali.

$\frac{355}{113} = 3,141592$ è la frazione che dà sei cifre esatte di π .

Fu trovata da A. Anthoniszoon (1527-1607) (vedi U. Cassina)

(4) Dante - Paradiso - canto XXXIII - vv. 136 - 138.

la formula di Simpson esprime che

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2} dx \approx \frac{1}{3} (\sqrt{8} + 4\sqrt{7} + 2)$$

confrontando con (3,1)

$$\pi \approx \frac{1}{3} (\sqrt{8} + 4\sqrt{7} + 2) - 2$$

un minicomputer dá subito

$$\pi \approx 3,1379144123$$

L'approssimazione ottenuta non é certo rispettabile.

Suddividendo l'intervallo (0, 2) in $2m$ intervalli eguali di lunghezza $2h$

$$(x_0, x_2), (x_2, x_4) \dots (x_{2m-2}, x_{2m})$$

con $x_0 = 0$ e $x_{2m} = 2$

L'applicazione ripetuta della (1,1) dá

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2} dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2}) + y_{2m}]$$

che dicesi formula generalizzata di Simpson.

Se ci riferiamo alla tabella

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{31}}{2}$	$\sqrt{7}$	$\frac{\sqrt{23}}{2}$	2

allora

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2} dx \approx \frac{1}{6} [\sqrt{8} + 4(\frac{\sqrt{31}}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}) + 2\sqrt{7} + 2] =$$

$$= \frac{1}{3} [\sqrt{2} + \sqrt{31} + \sqrt{23} + \sqrt{7} + 1]$$

che dá

$$\pi \approx 3,14118692$$

La considerazione ulteriore della tabella

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{127}}{4}$	$\frac{\sqrt{31}}{2}$	$\frac{\sqrt{119}}{4}$	$\sqrt{7}$	$\frac{\sqrt{103}}{4}$	$\frac{\sqrt{23}}{2}$	$\frac{\sqrt{79}}{4}$	2

dá

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2} dx \approx \frac{1}{12} [\sqrt{8} + 4(\frac{\sqrt{127}}{4} + \frac{\sqrt{119}}{4} + \frac{\sqrt{103}}{4} + \frac{\sqrt{79}}{4}) + 2(\frac{\sqrt{31}}{2} + \sqrt{7} + \frac{\sqrt{23}}{2}) + 2] =$$

$$= \frac{1}{12} (\sqrt{8} + \sqrt{127} + \sqrt{119} + \sqrt{103} + \sqrt{79} + \sqrt{31} + 2\sqrt{7} + \sqrt{23} + 2)$$

e quindi

$$\pi \approx 3,141562617$$

con un errore inferiore a $3 \cdot 10^{-5}$ e che con il metodo archimedeo é possibile ottenere considerando il poligono regolare inscritto di 384 lati.

HOBBS E WALLIS

“Se il discorso non comincia da una definizione, termina sempre in una opinione”. Abbiamo già avuto modo di riportare questa affermazione di Hobbes, il cui matematismo logico si palesa, non soltanto nel gusto delle definizioni esatte di cui ci offrono mirabili esempi tutte le sue opere, ma anche nella concezione del procedimento scientifico, inteso cartesianamente come sdoppiato in un’analisi e in una sintesi. E i processi dell’analisi e della sintesi Hobbes li simboleggiava con le operazioni aritmetiche della sottrazione e della addizione.

Hobbes era giunto alla matematica abbastanza tardi negli anni, a 40 anni. Verso il 1630, infatti, lesse Euclide e ne rimase affascinato. “La geometria ha in sé qualcosa di inebriante” scrisse. E alla geometria rimase sempre legato tanto da emettere anche giudizi severi su “l’intero gregge di coloro che applicano la loro algebra alla geometria” (riferendosi alla aritmetizzazione della geometria effettuata da Wallis) e da qualificare l’Arithmetica infinitorum, sempre di Wallis “una scabbia di simboli”.

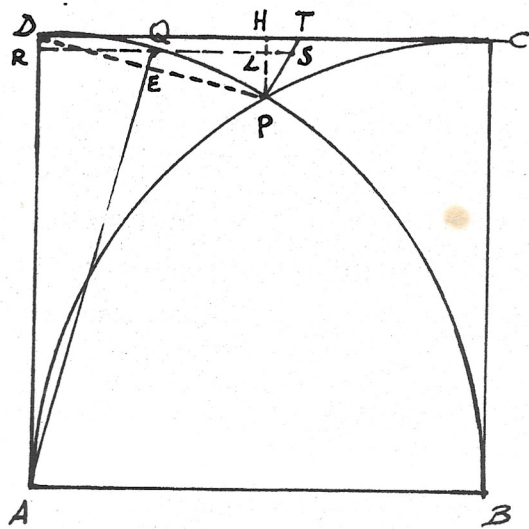
Tale atteggiamento testimonia più un credo filosofico, una passione matematica che l’acume e bravura matematica di Hobbes.

Benché appassionato degli studi matematici - scrive De Ruggiero - Hobbes non è stato più che un dilettante in queste discipline, com’è dimostrato dall’accanimento con cui s’è dedicato al problema della quadratura del cerchio.

Tale problema consiste nel determinare, con riga e compasso, la lunghezza del lato di un quadrato equivalente ad un cerchio assegnato ed ha costituito - come è stato detto - uno studio che per migliaia d’anni è stato uno sprone per il sapiente e un tranello per l’ignorante. Hobbes dimostrò pienamente di essere caduto nel tranello.

Nel De Corpore, pubblicato nel 1655, Hobbes riportò la seguente costruzione geometrica.

E' dato un quadrato di lato assegnato (che si può supporre uguale ad 1). Descritti gli archi $\widehat{AC}$ e $\widehat{BD}$, sia Q il punto medio di $\widehat{PD}$, $RQ \parallel DC$; $QS = RQ$. Sia $T = DC \cap PS$.



L'intuizione portò Hobbes ad asserire che DT ha lunghezza pari a $\widehat{DP}$. Di qui la famosa polemica con Wallis che si concluse solo con la morte di Hobbes nel 1679.

Poichè $\widehat{DP} = \frac{\pi}{6}$, se

$$AB = 6 \Rightarrow DT = \pi$$

Questo è dunque ciò che asseriva Hobbes.

Si ha:

$$\triangle AQR \cong \triangle AED$$

$$DP \cong RS, \quad PH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad DH = \frac{1}{2}$$

$$DP = \sqrt{DH^2 + HP^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$AR = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}}; \quad RD \cong LH = 1 - \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}}; \quad LS = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - \frac{1}{2}$$

$$HT = \frac{(2\sqrt{2 - \sqrt{3}} - 1)(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)}{4}$$

Operando con un minicomputer si ottiene subito:

$$\pi \approx 3,1419242$$

con un errore inferiore a $4 \cdot 10^{-4}$.

5. IL LIBRO DI TESTO

Le pesanti accuse ai libri scolastici degli anni sessanta sono ormai dimenticate. In realtà, in Italia, ancora agli inizi del '70 c'erano intellettuali che rivolgevano critiche acerbe e che oggi figurano invece autori di nuovi libri di testo. In uno dei rapporti preparati dall'ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) per il congresso di Mosca del 1966 era scritto: "i testi dovrebbero essere messi al bando". Oggi, la situazione è diversa e quelle polemiche hanno senz'altro giovato ai libri di testo, migliorandone la qualità. Nel 1973 la Editrice Zanichelli di Bologna ha pubblicato lo S.M.P. (School Mathematics Project - finora sono usciti i primi cinque volumi) traduzione dall'inglese curata dalla Unione Matematica Italiana che nel 1969 si era assunto il compito di "studiare il problema della traduzione e della diffusione di alcuni progetti più seri sull'insegnamento nella scuola media, preparati in altre nazioni". E' degli stessi anni la pubblicazione (Zanichelli) del progetto dei proff. Speranza e Rossi dell'Acqua.

"Progetti" seri per l'insegnamento della matematica, oggi, se ne contano parecchi dalle elementari alle superiori. Citiamo quello di Barbanera (Giunti-Marzocco) per le elementari, quello di Checcucci (D'Anna) per le medie, quello di Prodi (D'Anna) di Speranza (Zanichelli) di Lombardo-Radice e Mancini Proia (Principato) di Spotorno e Villani (La Nuova Italia) di Spada-Giuntoli-Benini (La Scuola) per il biennio.

Già Zofia Krygowska al Congresso ICMI di Lione (5) (1969) asseriva: "assistiamo alla formazione di un'autentica valanga di testi moderni, di nuove invenzioni concernenti la presentazione del contenuto matematico. Tutti questi libri, scintillanti di colori, pieni di disegni e di schemi ingegnosi che utilizzano un nuovo linguaggio grafico e simbolico creato appositamente per uso scolastico, sono destinati direttamente agli allievi. Non si tratta affatto di manuali da mettere "al bando". Al contrario, possono e debbono essere utilizzati come mezzi di educazione matematica".

Per la Krygowska, infatti, occorre iniziare l'allievo "coscientemente e sistematicamente alla tecnica dell'utilizzazione attiva del libro di matematica, sorgente fondamentale dell'informazione scientifica in questo campo dopo l'invenzione di Gutenberg". L'uso del testo di matematica non dovrebbe essere più limitato alla sola parte dell'eserciziaro come se ne fosse l'unica a costituirlo, bensì dovrebbe esser letto come un qualsiasi altro testo: di storia, di geografia, di latino o di letteratura. Lo studio del testo matematico non può, comunque, ridursi ad una "Lettura linguistica", alla interpretazione dei termini, è soprattutto uno sforzo di penetrazione, una tecnica che si acquisisce pian piano e che dunque dovrebbe costituire uno degli obiettivi primari dell'insegnamento interdisciplinare. La frase "la matematica non si studia, si capisce" è ricorrente fra gli allievi e gli adulti (i genitori) nel senso che è l'insegnante che spiega l'alunno che recepisce. Ciò non è in pratica vero anche volendo riferirsi ad un insegnamento di tipo "attivo", capace cioè di portare l'allievo da sé alla "scoperta". Senza quel lavoro personale di interpretazione prima e di costruzione e ricerca dopo è impossibile acquisire una certa "autonomia" matematica.

Diceva Hobbes: "se il discorso non comincia da una definizione, termina sempre in una opinione". I testi di matematica sono ricchi di definizioni. Prendiamo ad esempio questa:

Omotetia di centro 0 e di rapporto s (s é un numero non nullo) é una trasformazione

$X \longrightarrow X'$ del piano tale che $OX' = sOX$ ". Essa presenta senz'altro difficoltà di comprensione linguistica legate sia alla conoscenza dei termini tecnici usati (rapporto "s" o trasformazione $X \longrightarrow X'$) sia ad un testo che appare formale astratto. Il senso é chiaro però non appena si passa dalla tappa dell'analisi "linguistica" del testo alla tappa della costruzione concreta di un esempio, alla traduzione operativa, se si vuole; ciò che accade quando si risolve un problema. Assistiamo spesso alla "contemplazione" della traccia di un problema da parte dell'alunno senza che egli "agisca", traduca cioè in operazioni.

Se: $S_0(X) = X' \iff OX' = -OX$ (S_0 rappresenta la simmetria di centro 0).

Introducendo una piccola correzione, scrivendo cioè:

$$S_0(X) = X' \iff OX' = -1 \cdot OX$$

si ha il caso $s = -1$ e così si possono facilmente interpretare i casi $s > 0$ e $s < 0$. E sempre per costruzione, deduzione e generalizzazione i teoremi:

"Un'omotetia é una particolare similitudine di un piano in se stesso.

"L'insieme delle similitudini é un gruppo. Ecc. . .

Sta scomparendo, e giustamente, anche l'abitudine a voler presentare la matematica suddivisa in lemmi, teoremi, dimostrazioni. La dimostrazione é la discussione, la parte attiva e più spontanea dell'ora di lezione, i teoremi e i simboli sono la sistemazione linguistica, la semplicità operativa che si "sceglie" nella discussione.

Un accenno, per concludere, al testo "moderno" organizzato secondo i canoni della cosiddetta "matematica moderna". Riportiamo le parole di G. Prodi, scritte nella presentazione del suo volume "Matematica come scoperta": "Fra le caratteristiche più salienti di questa esposizione vi é quella di non avere compartimenti stagni: i vari argomenti si intrecciano senza separazioni. L'esposizione vuole essere più ricca di "fatti" matematici che di parole. L'autore si sentirebbe notevolmente imbarazzato se dovesse definire "moderno" o "tradizionale" questo o quel punto dello svolgimento: preferisce non usare una terminologia che ha già prodotto troppi equivoci".

CONCLUSIONE

Se i corsi di aggiornamento hanno un loro valore o importanza, certo questa non risiede nella possibilità di pubblicare o prendere visione a posteriori degli atti ad essi relativi. L'importanza più significativa di un corso di aggiornamento risiede nella esperienza viva che compie l'insegnante partecipandovi. E' la discussione, il confronto di idee e metodi, il chiarimento di punti di vista inizialmente diversi che può offrire all'insegnante lo stimolo necessario a migliorare la propria preparazione ed a non sopire la "passione" per la disciplina, il sapere in genere, l'insegnamento.

Novalis aveva detto pressappoco "senza entusiasmo non c'è matematica". Qualsiasi curriculum si possa concordare, qualsiasi progetto si possa escogitare non possono costituire una ricetta, un metodo, uno schema che tutti possono seguire ed applicare in toto. Il volerli riuscire a tutti i costi potrebbe significare un passo indietro rispetto a tutto ciò che di nuovo si è detto sul piano pedagogico e delle metodologie didattiche. Essi dovrebbero piuttosto fissare il nerbo principale, l'ossatura dello sviluppo delle idee, una impostazione metodologica; gli arricchimenti, gli approfondimenti, i collegamenti fanno parte del vivo dell'insegnamento. E senza un minimo di fervore, di entusiasmo, di interazione con gli allievi, di spontaneità soprattutto, ogni insegnamento è privo della dovuta incisività e finisce per essere codificabile in schemi già tanto criticati.

Il nostro proposito, quale gruppo Mathesis, è quello di continuare sulla strada dell'aggiornamento intervenendo anche perché esso non risulti ristretto al solo insegnamento secondario ma affronti il problema della educazione matematica nella sua globalità a cominciare dagli inizi. Così come un'attenzione particolare ed un impulso decisivo dovrebbe essere rivolto alla necessità di incontri e corsi di aggiornamento a carattere interdisciplinare, poiché la matematica, regina o ancella delle scienze, è parte integrante, inscindibile e quindi indistinguibile del sapere moderno come lo è qualsiasi altra disciplina.

L'augurio è che gli insegnanti, le istituzioni, i consigli di circolo o d'istituto, i distretti, l'istituto regionale per l'aggiornamento e le sperimentazioni, mostrino il loro impegno in tale attività. Sarebbe forse il modo più semplice e concreto per migliorare la nostra scuola.

BREVE NOTA SULLA MATHESIS

La Mathesis, Società Italiana di Matematica (poi di scienze fisiche e matematiche) sorse nel 1895 per iniziativa di Rodolfo Bettazzi docente di matematica nel R. Liceo Cavour e nell'Accademia Militare di Torino. Ad essa aderirono subito numerosi insegnanti di scuole medie e universitari. La situazione allora era quella descritta da E. Castelnuovo (7): "... alla fine del secolo, l'insegnamento della matematica decadde per avere il Ministero assegnato un orario sempre più esiguo a questa disciplina, sancito pubblicamente la distinzione fra materie primarie e materie secondarie, del quale ultimo gruppo faceva parte la matematica. Fu appunto in quell'epoca: ... che la classe dei docenti di matematica, di ogni ordine, reagì di fronte a tale stato di cose creando l'associazione Mathesis con il nobile intento di difendere presso il pubblico l'importanza dell'insegnamento della matematica".

I numerosi congressi che la Mathesis organizzò avevano dunque un duplice obiettivo: quello di sensibilizzare e stimolare il legislatore ponendo in chiara luce le problematiche connesse all'insegnamento della matematica e quello di creare all'interno della classe dei docenti un raccordo e un movimento di idee che non poteva non giovare alla qualità dell'insegnamento stesso. Fu nei primi congressi che fu dibattuta, in modo abbastanza vivace la questione del fusionismo.

Gli Elementi di Euclide (III sec. a.C.) avevano segnato "l'inizio di una tradizione mantentasi pressoché costante fino ai tempi recenti, nei quali soltanto sorge una tendenza, nota col nome di "fusionismo", secondo la quale siano da avvicinare (e talora fondere) trattazioni di argomenti analoghi, planimetrici e stereometrici, ed ancor più di utilizzare la stereometria per dimostrare proposizioni planimetriche in modo più semplice del tradizionale, anche nel senso di svincolare la dimostrazione dalla dipendenza ch'essa avesse da teorie non facili, come quella delle proporzioni fra grandezze. Tale tendenza si è affermata in Italia dapprima con R. De Paolis, poi con G. Lazzeri ed A. Bassani, R. Bettazzi ed E. De Amicis, coincidendo allora con quel risveglio di studi critico-didattici che caratterizzò il primo sorgere dell'associazione "Mathesis".

Si è già detto, nella introduzione, quale significato più ampio, e per molti aspetti, diverso, si dia oggi al "fusionismo"; il passo che precede è, comunque, tratto dall'articolo "Questioni didattiche" di L. Brusotti che chiude (a meno di una "appendice" dedicata ai fondamenti della geometria) il terzo volume della Enciclopedia delle Matematiche Elementari e Complementi (Ed. Hoepli): certamente una delle opere più serie e complete realizzate ed a cui abbiano contribuito un così vasto numero di matematici di indiscusso valore. "Si può dire che l'Enciclopedia delle matematiche elementari, certamente assai utile ancor oggi, rappresenti lo spirito della Mathesis che non solo l'ha ispirata ma l'ha anche moralmente sorretta".

Infatti, la proposta, di R. Bonola, per una Enciclopedia siffatta era stata approvata dal congresso della Società del 1909 a Padova.

La Società é stata successivamente presieduta da R. Bettazzi, G. Frattini, R. Bettazzi, F. Severi, G. Castelnuovo, L. Berzolari, F. Enriques, L. Puccianti, G. Sansone, U. Amaldi, O. Chisini, L. Brusotti, E. Togliatti, T. Viola. Per statuto la Società ha sede nella città che é residenza abituale del presidente in carica. Dal 1970 data dell'elezione a presidente del prof. Bruno de Finetti, la sede é presso l'Istituto Matematico dell'Università di Roma. L'attuale direttivo nazionale é composto da: Bruno Rizzi (vice presidente), A. Fadini, L. Lombardo Radice, V. Costantini, O. Serra, P. Canetta.

SEZIONE CASERTANA

La sezione casertana della Mathesis é stata costituita nel 1976 per iniziativa dei seguenti soci: Ambrisi E., Acunzo P., Argiento A., Argiento L., Barbato A., Beatrice C., Bencivenga R., Cavallo A., Di Cresce A., Di Siero C., Fastoso P., Ianniello O., Lapiello A., Santagata S., Tucci C., Verrengia A. Attualmente i soci sono 35 e la sede é presso il Liceo Scientifico "Galilei" di Mondragone. Segretario della sezione é Ambrisi Emilio.

Si spera di poter sufficientemente documentare l'attività della sezione per il prossimo anno scolastico.

BIBLIOGRAFIA

Si elencano i soli testi che sono stati esplicitamente citati, anche se la bibliografia sulle cose dette é amplissimo. L'U.M.I. (Unione matematica Italiana) ha dedicato un supplemento del NOTIZIARIO (luglio 1979) al tema: "Formazione permanente degli insegnanti di matematica: progetto per una biblioteca distrettuale. Bibliografia e schede", abbastanza completo ed a cui é utile riferirsi.

- 1 Colette Hug: Il fanciullo e la matematica
— Boringhieri, 1972 - pag. 72
- 2 Marguerite Robert: Esperimenti di introduzione della logica nelle scuole elementari
— Boringhieri 1973
- 3 Helmut Seiffert: Le basi della matematica moderna - presentazione di E. Agazzi -
— Biblioteca EST Mondadori 1976
- 4 E. Pasquinelli: Nuovi principi di epistemologia
— Feltrinelli, Milano
- 5 G. Mialaret: L'apprendimento matematico
Armando Editore - Roma -
- 6 Zofia Krygowska: Il testo di matematica nell'insegnamento - in La didattica della matematica oggi -
— Pitagora Editrice 1979
- 7 Th. Guilband: Matematica ed approssimazione - in La didattica della matematica oggi
— op. cit. sopra
- 8 E. Castelnuovo: Didattica della matematica
— La Nuova Italia — 1^a Edizione 1963
- 9 E. Ambrisi: La Signoria della matematica in Periodico di Matematiche
— n. 2 - 3, 1979
- 10 B. Rizzi: L'albero e il Traliccio degli interi in Periodico di Matematiche
— n. 5, 1973